

第5章図形の性質と証明

2節四角形

3 平行四辺形になる証明_解答

1 右の図で四角形 ABCD, BCEF は平行四辺形である。このとき、四角形 ADFE が平行四辺形であることを証明しなさい。

(仮定) 平行四辺形 ABCD, BCEF

(結論) 四角形 ADFE は平行四辺形

(証明)

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $AD = BC$

$AD \parallel BC$

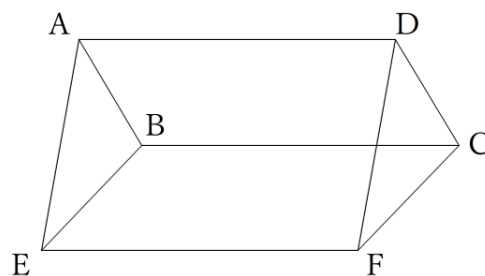
四角形 BCEF は 平行四辺形 より $BC = EF$

$BC \parallel EF$

よって $AD = EF \cdots ①$, $AD \parallel EF \cdots ②$

①, ②より 1組の向かい合う辺が平行で、その長さが等しいので、

四角形 ADFE は 平行四辺形



2 右の図で、平行四辺形 ABCD の対角線 AC 上に $AE = CF$ となるように点 E, F をとるとき、四角形 EBFD は平行四辺形であることを証明しなさい。

(仮定) 平行四辺形 ABCD, $AE = CF$

(結論) 四角形 EBFD は平行四辺形

(証明) $\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

仮定 より $AE = CF \cdots ①$

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $AB = CD \cdots ②$

平行線の 錯角 は等しいので $\angle BAE = \angle DCF \cdots ③$

①, ②, ③より 2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいので、

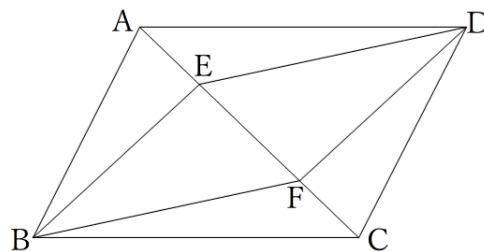
$\triangle ABE \cong \triangle CDF$

ゆえに、 $BE = DF \cdots ④$, $\angle AEB = \angle CFD$

よって $\angle BEF = \angle DFE$ より 錯角 が等しいので、 $BE \parallel DF \cdots ⑤$

④, ⑤より 1組の向かい合う辺が平行で、その長さが等しいので、

四角形 EBFD は 平行四辺形

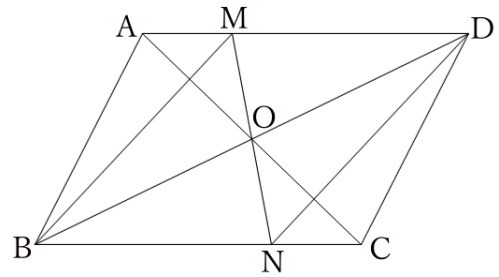


第5章図形の性質と証明

2節四角形

3 平行四辺形になる証明_解答

[3] 右の図で、平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線が、AD、BC と交わる点をそれぞれ M、N とするとき、四角形 MBND は平行四辺形であることを証明しなさい。



(仮定) 平行四辺形 ABCD

(結論) 四角形 MBND は平行四辺形

(証明) $\triangle DOM$ と $\triangle BON$ において

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $DO = BO \cdots ①$

対頂角 は等しいので $\angle DOM = \angle BON \cdots ②$

平行線の 錯角 は等しいので $\angle MDO = \angle NBO \cdots ③$

①, ②, ③ より 2 組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいので,

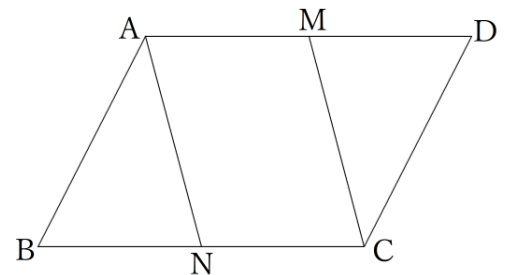
$\triangle DOM \cong \triangle BON$

ゆえに, $MO = NO \cdots ④$

①, ④ より 対角線がそれぞれの中点で交わる ので,

四角形 MBND は 平行四辺形

[4] 右の図で、平行四辺形 ABCD の AD の中点を M、BC の中点を N とするとき、四角形 AMCN は平行四辺形であることを証明しなさい。



(仮定) 平行四辺形 ABCD, $AM = MD$, $BN = NC$

(結論) 四角形 AMCN は平行四辺形

(証明)

仮定 より $AM = MD \cdots ①$, $BN = NC \cdots ②$

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $AM \parallel NC \cdots ③$

$AD = BC \cdots ④$

①, ②, ④ より $AM = NC \cdots ⑤$

③, ⑤ より 1 組の向かい合う辺が平行で、その長さが等しい ので,

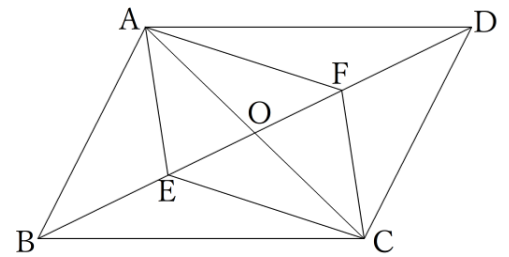
四角形 AMCN は 平行四辺形

第5章図形の性質と証明

2節四角形

3 平行四辺形になる証明_解答

5 右の図で、平行四辺形 ABCD の対角線 BD 上に $BE=DF$ となる点 E, F をとると、四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



(仮定) 平行四辺形 ABCD, $BE=DF$

(結論) 四角形 AECF は平行四辺形

(証明)

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $AO=CO$ …①, $BO=DO$ …②

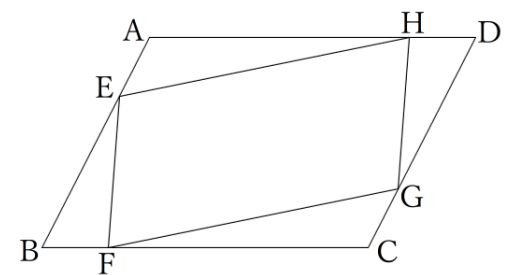
仮定 より $BE=DF$ …③

②, ③より $EO=FO$ …④

①, ④より 対角線がそれぞれの中点で交わる ので,

四角形 AECF は 平行四辺形

6 右の図で、平行四辺形 ABCD の辺上に $AE=BF=CG=DH$ となる点 E, F, G, H をとるとき、四角形 EFGH は平行四辺形であることを証明しなさい。



(仮定) 平行四辺形 ABCD, $AE=BF=CG=DH$

(結論) 四角形 EFGH は平行四辺形

(証明) $\triangle AEH$ と $\triangle CGF$ において

仮定 より $AE=CG$ …①, $DH=BF$ …②

四角形 ABCD は 平行四辺形 より $AD=BC$ …③

$\angle EAH=\angle GCF$ …④

②, ③より $AH=CF$ …⑤

①, ④, ⑤より 2組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいので,

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$

ゆえに, $EH=GF$ …⑥

同様にして, $\triangle BFE \equiv \triangle DHG$ より $FE=HG$ …⑦

⑥, ⑦より 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい ので,

四角形 EFGH は 平行四辺形